

## MAT314 KOMPLEKS FONKSİYONLAR TEORİSİNE GİRİŞ QUIZ SORULARI

## (A GRUBU)

1)  $\left[ \frac{e}{2}(-2 - 2\sqrt{3}i) \right]^{\frac{i}{3\pi}}$  esas değerini bulunuz.

2)  $\text{Im}(z \cosh z) = ?$

Doç. Dr. Ayşe SANDIKÇI

## CEVAPLAR

1)

$$\begin{aligned} \left[ \frac{e}{2}(-2 - 2\sqrt{3}i) \right]^{\frac{i}{3\pi}} &= e^{\frac{i}{3\pi} \left[ \text{Log} \left( \frac{e}{2}(-2 - 2\sqrt{3}i) \right) \right]} = e^{\frac{i}{3\pi} \left[ \ln \left( \frac{e}{2}(-2 - 2\sqrt{3}i) \right) + i \text{Arg} \left( \frac{e}{2}(-2 - 2\sqrt{3}i) \right) \right]} \\ &= e^{\frac{i}{3\pi} \left[ \ln 2e + i \left( -\frac{2\pi}{3} \right) \right]} \\ &= e^{\frac{i}{3\pi} \ln 2e + \frac{2}{9}} \\ &= e^{\frac{2}{9}} \left( \cos \frac{\ln 2e}{3\pi} + i \sin \frac{\ln 2e}{3\pi} \right) \end{aligned}$$

2) Öncelikle  $z = x + iy$  için  $z \cosh z$  nin eşitini bulup daha sonra imajiner kısmını alalım.

$$\begin{aligned} z \cosh z &= (x + iy) \frac{e^{x+iy} + e^{-x-iy}}{2} = (x + iy) \frac{e^x (\cos y + i \sin y) + e^{-x} (\cos(-y) + i \sin(-y))}{2} \\ &= \frac{x + iy}{2} \left[ e^x \cos y + i e^x \sin y + e^{-x} \cos y - i e^{-x} \sin y \right] \\ &= \left[ x \cos y \left[ \frac{e^x + e^{-x}}{2} \right] - y \sin y \left[ \frac{e^x - e^{-x}}{2} \right] \right] + i \left[ x \sin y \left[ \frac{e^x - e^{-x}}{2} \right] + y \cos y \left[ \frac{e^x + e^{-x}}{2} \right] \right] \\ &= [x \cos y \cosh x - y \sin y \sinh x] + i [x \sin y \sinh x + y \cos y \cosh x] \end{aligned}$$

O halde

$$\text{Im}(z \sinh z) = x \sin y \sinh x + y \cos y \cosh x$$

olarak bulunur.

## MAT314 KOMPLEKS FONKSİYONLAR TEORİSİNE GİRİŞ QUIZ SORULARI

## (B GRUBU)

1)  $\left[ \frac{e}{2}(-\sqrt{3}-i) \right]^{2\pi i}$  esas değerini bulunuz.

2)  $\text{Im}(z \sinh z) = ?$

Doç. Dr. Ayşe SANDIKÇI

## CEVAPLAR

1)

$$\begin{aligned} \left[ \frac{e}{2}(-\sqrt{3}-i) \right]^{2\pi i} &= e^{\frac{i}{2\pi} \left[ \text{Log} \left( \frac{e}{2}(-\sqrt{3}-i) \right) \right]} = e^{\frac{i}{2\pi} \left[ \ln \left( \frac{e}{2}(-\sqrt{3}-i) \right) + i \text{Arg} \left( \frac{e}{2}(-\sqrt{3}-i) \right) \right]} \\ &= e^{\frac{i}{2\pi} \left[ \ln e + i \left( -\frac{5\pi}{6} \right) \right]} \\ &= e^{\frac{i}{2\pi} + \frac{5}{12}} \\ &= e^{\frac{5}{12}} \left( \cos \frac{1}{2\pi} + i \sin \frac{1}{2\pi} \right) \end{aligned}$$

2) Öncelikle  $z = x + iy$  için  $z \sinh z$  nin eşitini bulup daha sonra imajiner kısmını alalım.

$$\begin{aligned} z \sinh z &= (x + iy) \frac{e^{x+iy} - e^{-x-iy}}{2} = (x + iy) \frac{e^x (\cos y + i \sin y) - e^{-x} (\cos(-y) + i \sin(-y))}{2} \\ &= \frac{x + iy}{2} \left[ e^x \cos y + i e^x \sin y - e^{-x} \cos y + i e^{-x} \sin y \right] \\ &= \left[ x \cos y \left[ \frac{e^x - e^{-x}}{2} \right] - y \sin y \left[ \frac{e^x + e^{-x}}{2} \right] \right] + i \left[ x \sin y \left[ \frac{e^x + e^{-x}}{2} \right] + y \cos y \left[ \frac{e^x - e^{-x}}{2} \right] \right] \\ &= [x \cos y \sinh x - y \sin y \cosh x] + i [x \sin y \cosh x + y \cos y \sinh x] \end{aligned}$$

O halde

$$\text{Im}(z \sinh z) = x \sin y \cosh x + y \cos y \sinh x$$

olarak bulunur.